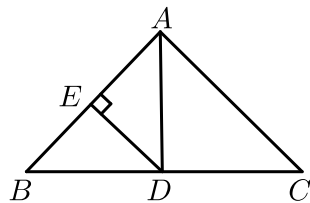


角平分线独当一面

1. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ 于点 E ， $S_{\triangle ABC} = 7$ ， $DE = 2$ ， $AB = 4$ ，则 AC 长是（ ）。



A. 4

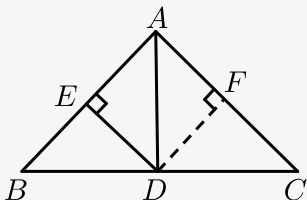
B. 3

C. 6

D. 5

【答案】 B

【解析】 如图，过点 D 作 $DF \perp AC$ 于 F 。



$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ 。

$\therefore DE = DF$ 。

由图可知， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD}$ 。

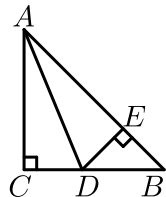
$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times AC \times 2 = 7。$$

$AC = 3$ 。

【标注】 【知识点】角分线性质定理

【能力】推理论证能力

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中 $BC = AC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ， $DE \perp AB$ ，垂足为点 E ， $AB = 10\text{cm}$ ，那么 $\triangle BDE$ 的周长是 _____ cm 。



【答案】 10

【解析】 $\because \angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ， $DE \perp AB$ ，

$$\therefore CD = DE,$$

$$\therefore BC = AC,$$

$$\therefore BC = AC = AE,$$

$$\therefore \triangle BDE \text{的周长} = DE + BD + BE$$

$$= CD + BD + BE$$

$$= BC + BE$$

$$= AE + BE$$

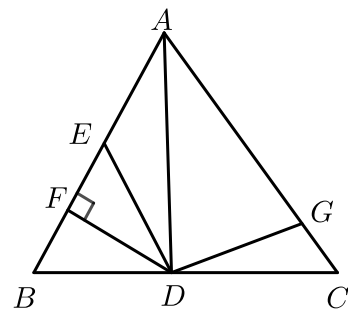
$$= AB,$$

$$\therefore AB = 10\text{cm},$$

$$\therefore \triangle BDE \text{的周长} = 10\text{cm}.$$

【标注】【知识点】角分线性质定理

3. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DF \perp AB$ ，垂足为 F ， $DE = DG$ ， $\triangle ADG$ 和 $\triangle AED$ 的面积分别为25和17，则 $\triangle EDF$ 的面积为（ ）。



A. 4

B. 5

C. 5.5

D. 6

【答案】A

【解析】如图，过点 D 作 $DH \perp AC$ 于 H ，

$\because AD$ 是

$\triangle ABC$ 的

角平分线，

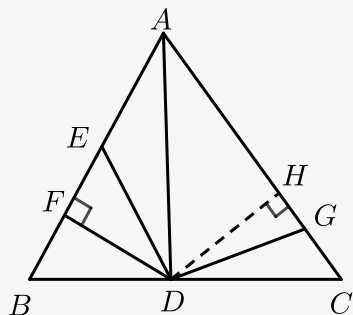
$DF \perp AB$

，

$\therefore$

$$DF = DH.$$

在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 和 $\text{Rt}\triangle DGH$ 中，



$$\begin{cases} DE = DG \\ DF = DH' \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DEF \cong \text{Rt}\triangle DGH \text{ (HL)},$

$\therefore S_{\triangle EDF} = S_{\triangle GDH}$, 设面积为 S ,

同理 $\text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ADH$,

$\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADH}$,

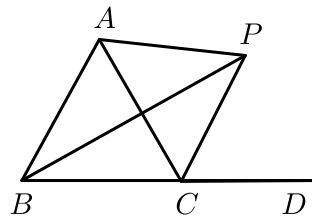
即 $17 + S = 25 - S$,

解得 $S = 4$.

故选A.

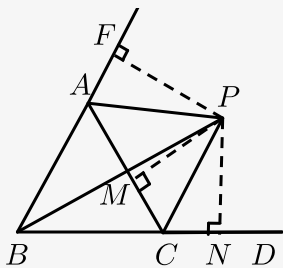
【标注】【知识点】HL

4. 如图, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 CP 与内角 $\angle ABC$ 平分线 BP 交于点 P , 若 $\angle BPC = 36^\circ$, 则 $\angle CAP = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 54°

【解析】 过 P 点作 $PF \perp BA$ 于 F , $PN \perp BD$ 于 N , $PM \perp AC$ 于 M ,



设 $\angle PCD = x^\circ$,

$\therefore CP$ 平分 $\angle ACD$,

$\therefore \angle ACP = \angle PCD = x^\circ$, $PM = PN$,

$\therefore BP$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABP = \angle PBC$, $PF = PN$,

$\therefore PF = PM$,

又 $\therefore PF \perp BA$ 于 F , $PM \perp AC$ 于 M ,

$\therefore \angle FAP = \angle PAC$.

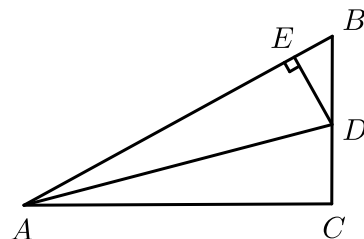
$\therefore \angle BPC = 36^\circ$,
 $\therefore \angle ABP = \angle PBC = (x - 36)^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = \angle ACD - \angle ABC = 2x^\circ - (x^\circ - 36^\circ) - (x^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$,
 $\therefore \angle CAF = 108^\circ$,
 $\therefore \angle FAP = \angle PAC = 54^\circ$.
 故答案为 : 54° .

【标注】【知识点】角分线性质定理

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于 E , 下列结论:

- ① $CD = ED$;
- ② $AC + BE = AB$;
- ③ $\angle BDE = \angle BAC$;
- ④ $BE = DE$;
- ⑤ $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle ACD} = BD : AC$,

其中正确的个数为 () .



- A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个

【答案】 C

【解析】 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle DAC = \angle DAE$,
 $\because \angle C = 90^\circ$, $DE \perp AB$,
 $\therefore \angle C = \angle E = 90^\circ$,
 $\therefore AD = AD$,
 $\therefore \triangle DAC \cong \triangle DAE$,
 $\therefore \angle CDA = \angle EDA$,
 $\therefore$ ① AD 平分 $\angle CDE$ 正确 ;
 无法证明 $\angle BDE = 60^\circ$,

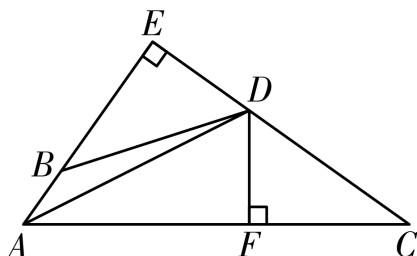
$\therefore$ ③ DE 平分 $\angle ADB$ 是错误；
 $\therefore BE + AE = AB, AE = AC,$
 $\therefore BE + AC = AB,$
 $\therefore \angle BDE = 90^\circ - \angle B, \angle BAC = 90^\circ - \angle B,$
 $\therefore \angle BDE = \angle BAC,$
 $\therefore$ ② $\angle BAC = \angle BDE$ 正确。
 故选 C。

【标注】【知识点】角分线性质定理

【知识点】全等三角形的对应边与角

【能力】推理论证能力

6. 如图， $BE = CF$ ， $DE \perp AB$ ，交 AB 的延长线于点 E ， $DF \perp AC$ 于点 F ，且 $DB = DC$ ，求证：
 AD 是 $\angle EAC$ 的平分线。



【答案】见解析

【解析】证明： $\because DE \perp AB$ 的延长线于点 E ， $DF \perp AC$ 于点 F ，

$$\therefore \angle BED = \angle CFD = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle BDE$ 与 $\triangle CDF$ 是直角三角形，

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 和 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} BE = CF \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF (\text{HL}),$$

$$\therefore DE = DF,$$

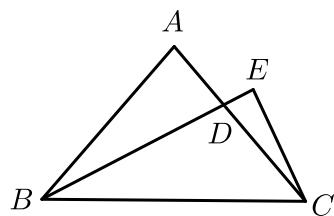
$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线。

【标注】【知识点】角平分线判定定理

【知识点】HL

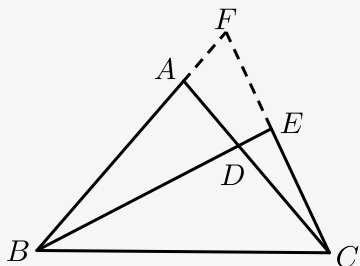
【知识点】全等三角形的对应边与角

7. 已知等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， BD 是角平分线， $CE \perp BD$ ，交 BD 延长线于点 E ．求证： $BD = 2CE$ ．



【答案】 证明见解析．

【解析】 延长 CE 、 BA 交于点 F ．

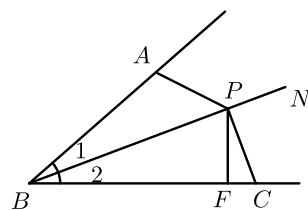


因为 $\angle BAC = 90^\circ$ ，
 $CE \perp BE$ ，
 所以 $\angle F + \angle ACF = 90^\circ$ ，
 $\angle F + \angle ABD = 90^\circ$ ，
 所以 $\angle ABD = \angle ACF$ ．
 因为等腰直角 $\triangle ABC$ 中，
 $AB = AC$ ，
 且 $\angle BAD = \angle CAF = 90^\circ$ ，
 所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ (ASA)，
 所以 $BD = CF$ ．
 因为 BD 是角平分线，
 且 $\angle BEC = \angle BEF = 90^\circ$ ，
 BE 是公共边，
 所以 $\triangle BCE \cong \triangle BFE$ (ASA)．
 所以 $CE = FE$ ，
 即 $BD = 2CE$ ．

【标注】 【知识点】 延长构对称

8. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， P 为 BN 上的一点， $PF \perp BC$ 于 F ， $PA = PC$ 。求证：

$$\angle PCB + \angle BAP = 180^\circ .$$



【答案】证明见解析。

【解析】如图，过点 P 作 $PE \perp BA$ 于 E ，

$\because \angle 1 = \angle 2$ ， $PF \perp BC$ 于 F ，

$\therefore PE = PF$ ， $\angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PEA$ 与 $\text{Rt}\triangle PFC$ 中，

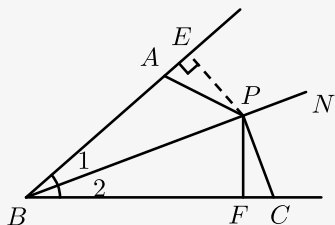
$$\begin{cases} PA = PC \\ PE = PF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PEA \cong \text{Rt}\triangle PFC$ (HL)，

$\therefore \angle PAE = \angle PCB$ ，

$\because \angle BAP + \angle PAE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle PCB + \angle BAP = 180^\circ$ 。



【标注】【知识点】角分线有关的辅助线